

INTERACÇÃO DISTORCIONAL/GLOBAL EM COLUNAS DE AÇO ENFORMADAS A FRIO COM SECÇÃO EM C

*Pedro Borges Dinis, Dinar Camotim**

Departamento de Engenharia Civil e Arquitectura, ICIST/IST, Instituto Superior Técnico,
Universidade Técnica de Lisboa, Av. Rovisco Pais, 1049-001 Lisboa, Portugal
e-mails: dinis@civil.ist.utl.pt, dcamotim@civil.ist.utl.pt

Resumo

Apresentam-se e discutem-se os resultados de um estudo sobre o comportamento de pós-encurvadura, em regime elástico e elasto-plástico, de perfis de aço enformados a frio com secção em C e afectados por interacção entre modos de instabilidade distorcional e global (flexão-torção). As análises geométrica e fisicamente não lineares são efectuadas através do método dos elementos finitos, utilizando o programa ABAQUS e adoptando discretizações das colunas em elementos de casca com 4 nós. As colunas analisadas (i) são simplesmente apoiadas (secções extremas articuladas e com empenamento livre), (ii) têm secções com dimensões que asseguram tensões críticas distorcional e global (flexão-torção) idênticas e (iii) contêm imperfeições geométricas com várias configurações (combinações lineares dos modos distorcional e global) e a mesma amplitude. Após abordar as características dos comportamentos de pós-encurvadura “puros” distorcionais e globais, apresentam-se e discutem-se resultados numéricos relativos ao comportamento de pós-encurvadura de colunas idênticas, altamente susceptíveis a interacção distorcional/global e diferindo apenas na configuração das imperfeições iniciais. Esses resultados numéricos consistem em (i) trajectórias de pós-encurvadura elásticas e elasto-plásticas, (ii) curvas ou figuras com a evolução da deformada na pós-encurvadura e, no caso das colunas elasto-plásticas, (iii) resistências últimas e figuras que mostram (iii₁) a localização e o espalhamento das deformação plásticas e (iii₂) as características dos modos de colapso detectados.

Palavras-chave: Colunas de aço enformadas a frio com secção em C. Instabilidade distorcional. Instabilidade global (flexão-torção). Interacção distorcional/global. Pós-encurvadura elástica e elasto-plástica. Resistência última. Análise por elementos finitos de casca.

* Autor para contacto: Tel.: +351 21 8418403; fax: +351 21 8497650; E-mail: dcamotim@civil.ist.utl.pt

1 INTRODUÇÃO

A maioria dos perfis de aço enformados a frio apresenta secções de parede fina abertas esbeltas, sendo muito susceptíveis a fenómenos de instabilidade, nomeadamente (i) *local*, (ii) *distorcional* e (iii) *global* (flexão/flexão-torção) (ver Figs. 1(a)-(d)) – consoante a geometria do perfil, qualquer destes modos de instabilidade pode ser crítico. Contudo, como alguns perfis utilizados na prática possuem tensões de bifurcação distorcional e global semelhantes, os seus comportamento de pós-encurvadura, a resistência última e o mecanismo de colapso são afectados pela interacção entre esses modos de instabilidade.

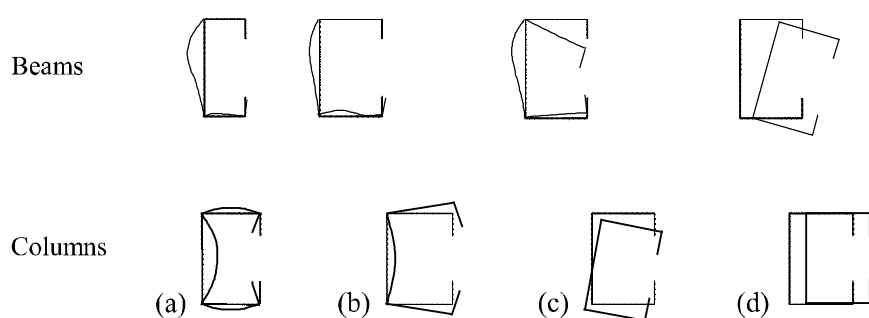


Figura 1: Configurações dos modos de instabilidade de colunas com secção em C: modos (a) local, (b) distorcional, (c) de flexão-torção e (d) de flexão.

Sabe-se que os perfis de aço enformados a frio exibem pós-encurvaduras local e global estáveis, com diferentes resistências pós-críticas: elevada no primeiro caso e diminuta no segundo. Estudos recentes mostraram também que a pós-encurvadura distorcional (i) se situa entre as duas anteriores (em termos cinemáticos e de resistência) e (ii) exhibe uma assimetria em relação ao sentido do movimento dos banzos – *e.g.*, Kwon & Hancock (1993), Prola & Camotim (2002), Camotim & Silvestre (2004) ou Silvestre & Camotim (2006).

Quanto aos fenómenos de interacção que podem afectar a pós-encurvadura e a resistência última de colunas, os devidos à quase coincidência entre as tensões críticas local e global são bem conhecidos – os seus efeitos são contabilizados nos regulamentos de estruturas metálicas, através da “largura efectiva” ou do recente *Método da Resistência Directa* (*e.g.*, Schafer 2005, 2008). Por outro lado, a interacção local/distorcional em colunas com secção em C tem sido estudada nos últimos anos (*e.g.*, Schafer & Peköz 1999, Yang & Hancock 2004, Ungureanu & Dubina 2004, Dinis *et al.* 2005, 2007) – alguns destes trabalhos desenvolvem e calibram novas aplicações do Método da Resistência Directa (*e.g.*, Yang & Hancock 2004, Hancock *et al.* 2007, Camotim *et al.* 2008,

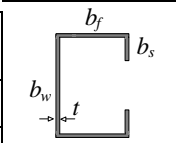
Silvestre *et al.* 2007, 2008a,b). No entanto, não existem estudos sobre a influência da interacção distorcional/global na pós-encurvadura e resistência última de colunas de aço enformadas a frio¹.

Este trabalho visa apresentar e discutir resultados numéricos sobre (i) a pós-encurvadura (elástica e elasto-plástica), (ii) a resistência última e (iii) o colapso de colunas de aço enformadas a frio com secção em C e afectadas pela interacção distorcional/global (flexão-torção). Para aprofundar o conhecimento sobre a interacção modal, analisam-se colunas com (i) as dimensões da secção e propriedades do aço indicadas na Tabela 1, as quais asseguram uma tensão crítica distorcional inferior à local, e (ii) um comprimento que garante tensões críticas distorcional (D – várias semi-ondas) e global (G – uma semi-onda) idênticas².

Analisam-se colunas que diferem apenas na configuração das imperfeições iniciais – combinações dos modos de instabilidade distorcional e global com amplitudes (deslocamento vertical do nó banzo-reforço a meio vão) iguais a (i) 10% de t (modo distorcional) e (ii) 0.1% de L (modo global). Os resultados apresentados foram obtidos com o programa ABAQUS (Simulia 2008) (i) discretizando os perfis em elementos finitos de casca com 4 nós (relação comprimento/largura próxima de 1 – ver Fig. 2(b)) e (ii) modelando os apoios (simples) através do impedimento dos deslocamentos transversais de todos os nós das secções extremas – modelação descrita nos trabalhos de Dinis & Camotim (2006, 2009) ou Dinis *et al.* (2007).

Tabela 1: Geometria e dimensões das secções transversais e valores das constantes elásticas

b_w (mm)	b_f (mm)	b_s (mm)	t (mm)	E (GPa)	ν
150	110	17.5	2.4	210	0.3



Começa-se por estudar a estabilidade das colunas, para (i) escolher o comprimento que maximiza a interacção D/G e (ii) obter os modos de instabilidade críticos. Em seguida, analisam-se os comportamentos de pós-encurvadura (elásticos) distorcional e global “puros” (sem interacção D/G). Finalmente, apresentam-se e discutem-se resultados relativos à pós-encurvadura e resistência última de colunas com interacção D/G: (i) trajectórias de pós-encurvadura elásticas (sobretudo) e elasto-plásticas, (ii) curvas e figuras com a evolução das deformadas elásticas das colunas e (iii) figuras que mostram (iii₁) a localização e propagação das deformações plásticas e (iii₂) os

¹ Existe um trabalho recente de Hancock *et al.* (2007) com uma breve alusão a interacção distorcional/global, feita no contexto de colunas com secções complexas (mas “artificiais”) e sem mais resultados ou comentários.

² As dimensões da secção foram escolhidas para (i) ter modos de instabilidade com semi-ondas ímpares (maiores deformações na secção de meio vão, facilitando a apresentação dos resultados) e (ii) não existirem modos de instabilidade distorcionais de ordem superior “próximos” dos modos em análise – esta condição foi difícil de satisfazer, tendo-se conseguido um diferença de 12% entre as tensões distorcionais.

mecanismos de colapso detectados – a análise de perfis com várias tensões de cedência permite avaliar como a interação D/G varia com a relação entre as tensões de cedência e crítica.

2 ANÁLISE DE ESTABILIDADE – SELECÇÃO DO COMPRIMENTO

As curvas da Figura 2(a) mostram a variação, com L (escala logarítmica), das (i) cargas críticas P_{cr} do ABAQUS e (ii) cargas $P_{b,1}$ de bifurcação em modos com uma semi-onda, obtidas com o programa de faixas finitas CUFSM_{2,6} (Schafer 2003). A Figura 2(b) mostra os modos de instabilidade distorcional e global (flexão-torção), obtidos no ABAQUS para $L=222$ cm. Estes resultados mostram que:

- (i) A curva do ABAQUS tem três zonas associadas a (i₁) 1-4 semi-ondas locais, (i₂) 1-3 semi-ondas distorcionais e (i₃) uma semi-onda global.

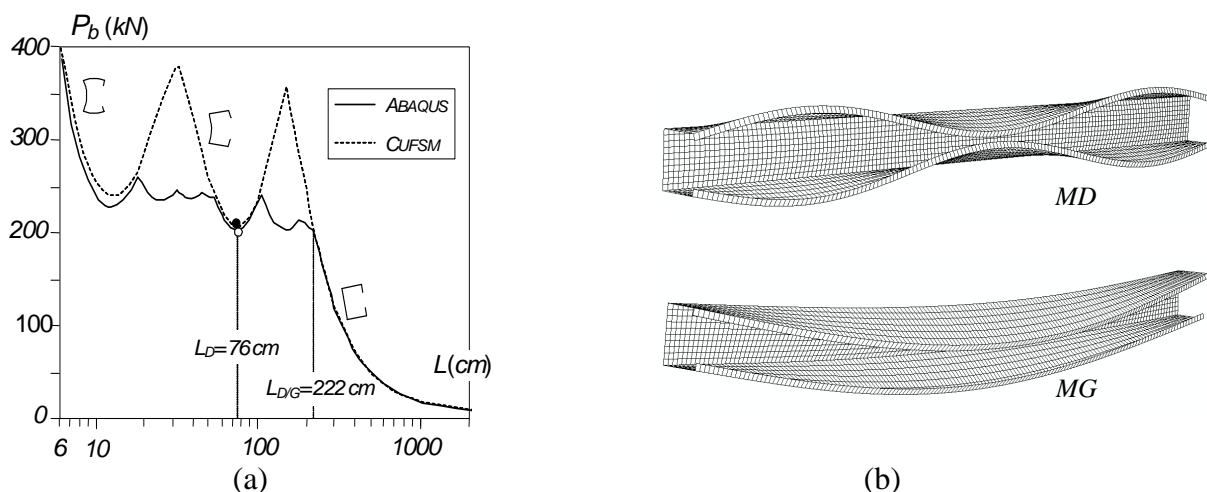


Figura 2: Estabilidade de colunas de secção em C: (a) curvas P_b vs. L e (b) configuração dos modos de instabilidade distorcional e global (flexão-torção) para $L_{D/G}=222$ cm

- (ii) Os círculos negros e brancos identificam as cargas críticas distorcionais (uma semi-onda) obtidas com o CUFSM_{2,6} e o ABAQUS ($P_{cr,D}=203.7$ kN), para $L_D=76$ cm.
- (iii) Vê-se na Figura 2(a) que, para $L_{D/G}=222$ cm, as cargas críticas distorcional e global são *idênticas* ($P_{cr,D}=203.6$ kN e $P_{cr,G}=203.9$ kN)³ e estão associadas a modos de instabilidade com três e uma semi-onda (ver Fig. 2(b)). A pós-encurvadura e a resistência última desta coluna será fortemente influenciada pela interação D/G.

³ Apesar da proximidade entre as cargas críticas distorcional e global, as análises do ABAQUS não forneceram modos de instabilidade “combinados”, como sucedeu para colunas com cargas críticas local e distorcional igualmente próximas (e.g., Dinis et al. 2007).

3 COMPORTAMENTO DE PÓS-ENCURVADURA DISTORCIONAL E GLOBAL

Estuda-se a pós-encurvadura distorcional e global (sem interacção D/G) de colunas com comprimentos $L_D=76\text{ cm}$ ($P_{cr}=203.6\text{ kN}$), $L_{G,1}=300\text{ cm}$ ($P_{cr}=119.9\text{ kN}$) e $L_{G,2}=900\text{ cm}$ ($P_{cr}=28.9\text{ kN}$)⁴, exibindo imperfeições críticas *positivas* e *negativas*, i.e., (i) colunas L_D com imperfeições distorcionais de amplitude $\pm 0.1t$ (positivo: movimento dos nós banzo-reforço para o *interior*), e (ii) colunas L_G com imperfeições globais de amplitude $\pm 0.016\text{ rad}$ ⁵ (positivo: rotação da secção no sentido horário).

As Figuras 3(a)-(b) mostram as trajectórias de pós-encurvadura (i) P/P_{cr} vs. v/t das colunas L_D (v : abertura/fecho da secção a meio vão), e (ii) P/P_{cr} vs. β das colunas L_G (β : rotação da secção de meio vão), assim como deformadas das secções de meio vão em estádios avançados de pós-encurvadura. Da observação destes resultados conclui-se que:

- (i) As colunas L_D e $L_{G,2}$ apresentam pós-encurvaduras distorcional e global estáveis (e.g., Camotim *et al* 2005): (i₁) as colunas L_D exibem uma reserva de resistência pós-crítica significativa e uma clara assimetria (a coluna cujo nó banzo-reforço se move para o interior é mais rígida) e (i₂) as colunas $L_{G,2}$ uma resistência pós-crítica reduzida e simetria.
- (ii) As colunas $L_{G,1}$ apresentam uma pós-encurvadura (simétrica) surpreendentemente *instável* – o ponto limite ocorre para $P/P_{cr}\approx 0.87$.
- (iii) Explica-se a diferença de comportamentos das colunas L_G analisando a sua estabilidade através da Teoria Generalizada de Vigas (GBT – e.g., Camotim *et al.* 2004). As curvas da Figura 4(a) mostram (iii₁) a curva P_b vs. L ($L > 100\text{ cm}$ e uma semi-onda), obtida no programa GBTUL (Bebiano *et al* 2008a,b) com 6 modos de deformação (4 globais e 2 distorcionais), e (iii₂) a curva P_{cr} vs. L obtida no ABAQUS (já representada na Fig. 2(a)).

⁴ As colunas $L_{G,1}$ e $L_{G,2}$ têm cargas críticas iguais a 59% e 10% do valor da carga crítica da coluna com a máxima interacção D/G ($L_{D/G}=222\text{ cm}$).

⁵ Na coluna $L_{G,1}$, esta amplitude corresponde a um deslocamento vertical do nó banzo-reforço superior a meio vão de $L/1000=3\text{ mm}$.

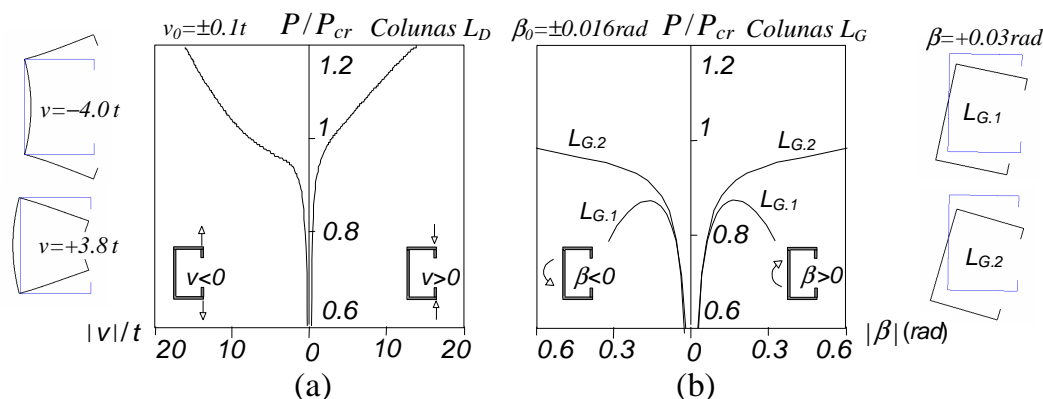


Figura 3: Pós-encurvadura elástica de colunas: (a) distortional (P/P_{cr} vs. v/t) e (b) global (P/P_{cr} vs. β)

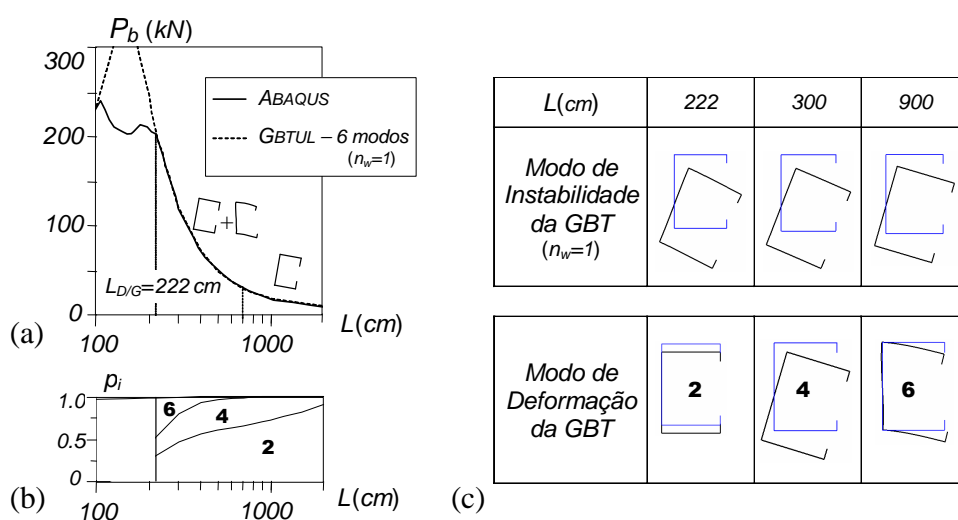


Figura 4: Estabilidade das colunas (GBT): (a) curvas P_b vs. L ($L > 100$ cm), (b) diagrama de participação modal e (c) modos de instabilidade ($L=222, 300, 900$ cm) e modos de deformação neles participantes

Na Figura 4(b) apresenta-se o *diagrama de participações modais*, que fornece as contribuições de cada modo de deformação para os modos de instabilidade. As Figuras 4(c) mostram as deformadas da secção de meio vão de 3 modos de instabilidade ($L=222, 300, 900$ cm) e dos modos de deformação que neles participam. Destes resultados conclui-se que:

- (iii.1) O ramo descendente da curva da GBT envolve dois modos de instabilidade: (iii.1)₁ *distorcional-flexo-torsional* (2+4+6), para $150 < L \leq 700$ cm, e (iii.1)₂ *flexo-torsional* (2+4), para $700 < L < 2000$ cm – note-se que a participação do modo 6 (distorcional anti-simétrico) baixa com o aumento de L (anula-se para $L \approx 700$ cm), facto impossível de detectar sem a GBT (ver as deformadas das Figs. 2(b) e 4(c), obtidas com o ABAQUS (elementos finitos de casca) e com a GBT⁶).

⁶ O único “sinal” da presença do modo 6 seria a quase imperceptível dupla-curvatura de flexão da alma (ver Fig. 4(b)), apenas detectável se se estiver previamente alertado para ela.

- (iii.2) Como $L_{G.1}$ e $L_{G.2}$ estão nos intervalos $150 < L \leq 700 \text{ cm}$ e $700 < L < 2000 \text{ cm}$, os modos de instabilidade das colunas têm naturezas distintas: (iii₁) 43.5%, 30.6% e 25.5% dos modos **2, 4, 6** ($L_{G.1}$), e (iii₂) 70.3% e 29.7% dos modos **2, 4** ($L_{G.2}$).
- (iii.3) A participação do modo **6** explica os diferentes comportamentos das colunas $L_{G.1}$ e $L_{G.2}$: reduz a rigidez de pós-encurvadura de $L_{G.1}$, causando a sua instabilidade – a análise de colunas em C com outras dimensões confirmou a participação do modo **6** no chamado “modo de instabilidade global”, bem como o facto de esta originar um comportamento instável quando excede 5%.
- (iii.4) Na coluna com $L=222 \text{ cm}$ ocorrem em simultâneo modos críticos distorcionais simétrico (três semi-ondas) e “misto” distorcionais-flexo-torsional (uma semi-onda), combinando 25.7% de **2**, 18.6% de **4** e 54.5% de **6** (apesar da predominância do modo **6**, a designação “global” mantém-se por simplicidade).

4 COMPORTAMENTO DE PÓS-ENCURVADURA COM INTERACÇÃO D/G

Nesta secção estuda-se a pós-encurvadura, elástica e elasto-plástica, de colunas simplesmente apoiadas com $L=222 \text{ cm}$ ($P_{cr}=203.6 \text{ kN}$), as quais se mostrou serem afectadas pela interacção entre modos de instabilidade distorcionais e “global”.

4.1 Imperfeições geométricas iniciais

Um aspecto importante nos estudos de interacção modal consiste em avaliar a influência das imperfeições iniciais na pós-encurvadura e resistência última do sistema estrutural – o procedimento habitual de incluir imperfeições com a forma do modo crítico de instabilidade deixa de ser bem definido, devido à existência de dois modos que podem combinar-se arbitrariamente. Para obter trajectórias de equilíbrio que (i) cubram toda a gama de configurações e (ii) possam ser comparadas entre si, adoptou-se a seguinte estratégia que tem em conta o facto de os modos “puros” (em competição) terem semi-ondas em número ímpar:

- (i) Determinar os modos “puros”, normalizados para terem deslocamentos verticais unitários no nó banzo-reforço superior da secção média, *i.e.*, (i₁) modo distorcionais com $v_D=1 \text{ mm}$ ($w_D=0.265 \text{ mm}$ – deslocamento de flexão transversal a meio da alma) e (i₂) “global” com $v_G=1 \text{ mm}$ ($\beta_G=0.005 \text{ rad}$ – rotação da secção).

- (ii) Escalar estes modos para que as amplitudes das imperfeições distorcional e “global” sejam $v_{D,0}=0.1t$ e $v_{G,0}=L/1000$ ($0.1t=0.24\text{ mm}$ e $L/1000=2.22\text{ mm}$).
- (iii) Obter a configuração da imperfeição combinando linearmente os modos escalados, com coeficientes $C_{D,0}$ e $C_{G,0}$ que satisfazem a condição $(C_{D,0})^2+(C_{G,0})^2=1$ – círculo de raio unitário no plano $C_{D,0}$ - $C_{G,0}$ (ver Fig. 5(a)). Cada configuração é identificada pelo ângulo θ medido a partir do eixo horizontal $C_{D,0}$ ($C_{D,0}=\cos\theta$ e $C_{G,0}=\sin\theta$). A Figura 5(b) mostra as imperfeições “puras” D e G: (iii₁) $\theta=0^\circ$ e $\theta=180^\circ$ são relativos ao *fecho/abertura* da secção de meio vão, e (iii₂) $\theta=90^\circ$ e $\theta=270^\circ$ a rotações da secção em sentido *horário/anti-horário*.

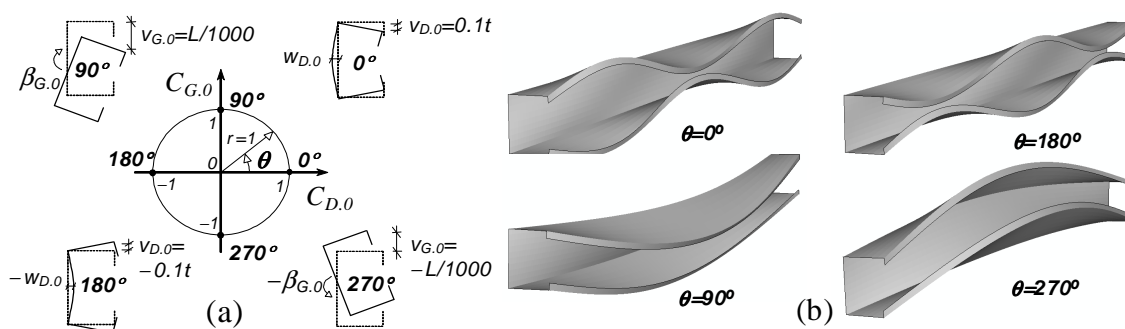


Figura 5: (a) Imperfeições iniciais no plano $C_{D,0}$ - $C_{G,0}$ e (b) configurações para $\theta=0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$

4.2 Interação em regime elástico

Apresentam-se resultados relativos à pós-encurvadura de colunas com 13 imperfeições (configurações definidas por $0 \leq \theta \leq 180^\circ$, com intervalos de 15° ⁷) – analisam-se ainda as colunas $\theta=1, 26, 27, 179, 181, 349^\circ$, para clarificar alguns aspectos menos óbvios.

As Figuras 6(a)-(b) mostram as trajectórias (i) P/P_{cr} vs. w/t (w : deslocamento de flexão transversal a meio da alma a meio vão, medido em relação à corda) e (ii) P/P_{cr} vs. β (β : rotação da secção de meio vão). A Figura 6(c) apresenta as deformadas para que tendem as colunas $\theta=27-179^\circ$ e $\theta=1-26^\circ$ (ramos descendentes das trajectórias). Para clarificar algumas questões levantadas pela análise das curvas da Figura 6, as Figuras 7-12 mostram os seguintes resultados: (i) curvas da Figura 6(a) complementadas por deformadas da secção transversal de meio vão, (ii) valores de cargas últimas e (iii) figuras que fornecem a evolução do acoplamento modal ao longo das trajectórias de equilíbrio. Destes resultados conclui-se que:

⁷ Com excepção das colunas 181° e 359° , não se apresentam resultados relativos a perfis com imperfeições definidas por $180 < \theta < 360^\circ$: a pós-encurvadura é simétrica em relação ao sinal da componente *global*.

- (i) Todas as trajectórias de equilíbrio exibem pontos limite, os quais ocorrem quase sempre para pequenos valores de w/t e β – só as colunas $\theta = 0, 180^\circ$ (imperfeições distorcionais puras) exibem pontos limites para valores (i₁) ligeiramente superiores de w/t e (i₂) nulos de β .
- (ii) A comparação das trajectórias de equilíbrio P/P_{cr} vs. β relativas a (ii₁) $\theta = 90^\circ$ (imperfeições globais com $\beta_0 = 0.005 \text{ rad}$) e (ii₂) $L_{G,1}$ ($\beta_0 = 0.016 \text{ rad}$) da Figura 3(b) ilustra o efeito adverso (*erosão da resistência*) da interacção D/G – apesar de a amplitude da imperfeição ser menor (quase um terço), o ponto limite da trajectória da coluna $\theta = 90^\circ$ corresponde a uma carga inferior ($P/P_{cr} = 0.81$ vs. $P/P_{cr} = 0.87$).
- (iii) As trajectórias da Figura 6(a) podem agrupar-se em três categorias, associadas a pós-encurvadura distintas – essas categorias são:
- (iii.1) Trajectórias $\theta = 0, 180^\circ$ – imperfeições distorcionais puras. A pós-encurvadura é *singular*, pois é caracterizada por $\beta = 0$.
- (iii.2) Trajectórias $1 \leq \theta \leq 26^\circ$ – imperfeições distorcionais dominantes com *abertura* das semi-ondas exteriores.
- (iii.3) Trajectórias $27 \leq \theta \leq 179^\circ$ – restantes imperfeições.

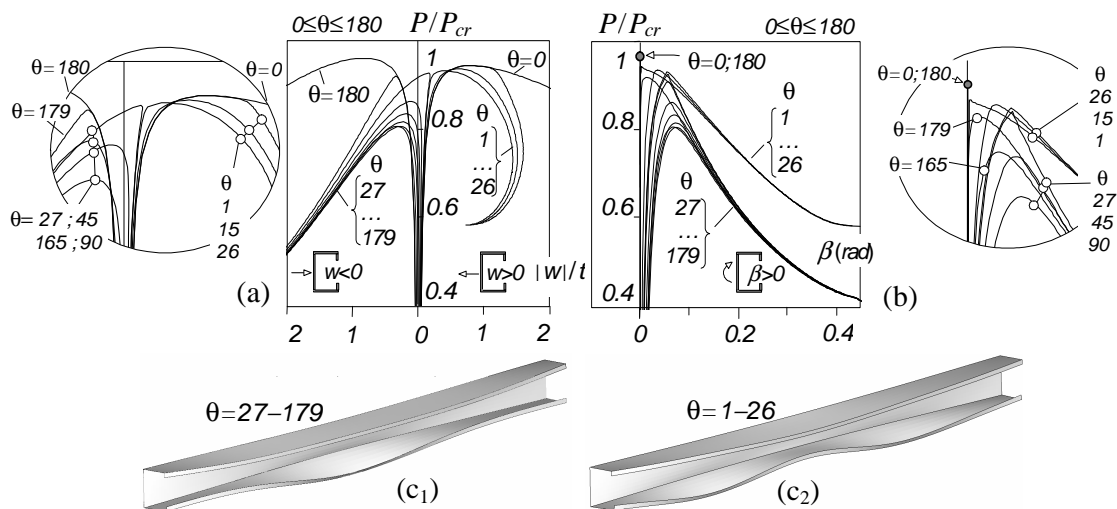


Figura 6: Trajectórias de equilíbrio (a) P/P_{cr} vs. w/t e (b) P/P_{cr} vs. β de colunas com imperfeições iniciais $0 \leq \theta \leq 180^\circ$, e (c) configurações deformadas limite das colunas (c₁) $\theta = 27-179^\circ$ e (c₂) $\theta = 1-26^\circ$

Colunas com imperfeições $27 \leq \theta \leq 179^\circ$

Estas trajectórias correspondem a colunas com imperfeições cuja componente global envolve rotações no sentido horário⁸, (i) sendo essa componente única ($\theta = 90^\circ$) ou (ii) estando combinada com

⁸ Mostrou-se que as componentes “globais” combinam (i) rotações em sentido horário (torção), (ii) deslocamentos para baixo (flexão na maior inércia), e (iii) movimentos, também para baixo, dos conjuntos banzo-reforço (distorção anti-simétrica). Como os três estão “ligados”, basta referir um deles (a rotação β é o mais “visível”).

uma distorcional com fecho ($27 \leq \theta < 90^\circ$) ou abertura ($90 < \theta \leq 179^\circ$) da secção de meio vão⁹. Destes resultados conclui-se que:

(i) As trajectórias acabam por se *fundir* numa única curva, que corresponde ao “modo de instabilidade acoplado”. A Figura 7 mostra a evolução, ao longo das trajectórias, do “quociente de interacção modal” C_G/C_D , que relaciona as amplitudes das componentes global e distorcional da deformada da coluna e permite quantificar o “acoplamento”. C_G e C_D obtêm-se a partir de w e β , adoptando as seguintes hipóteses e metodologia:

- (i.1) A deformada da coluna corresponde a uma combinação linear dos modos de instabilidade global e distorcional, normalizados por $v_{G,0}=2.22 \text{ mm } (L/1000)$ e $v_{D,0}=0.24 \text{ mm } (0.1t)$, aos quais correspondem $\beta_{G,0}=0.0111 \text{ rad}$ e $w_{D,0}=0.0564 \text{ mm}$.
- (i.2) As componentes global e distorcional da deformada são as únicas que contribuem para os valores de β e w , respectivamente.
- (i.3) Adoptando estas hipóteses, obtêm-se os factores de participação global e distorcional através das expressões $C_G=\beta/\beta_{G,0}$ e $C_D=w/w_{D,0}$. Assim, todas as curvas C_G/C_D saem de um círculo de raio unitário no plano C_G-C_D (ver detalhe), com inclinações iniciais que dependem da configuração das imperfeições iniciais.

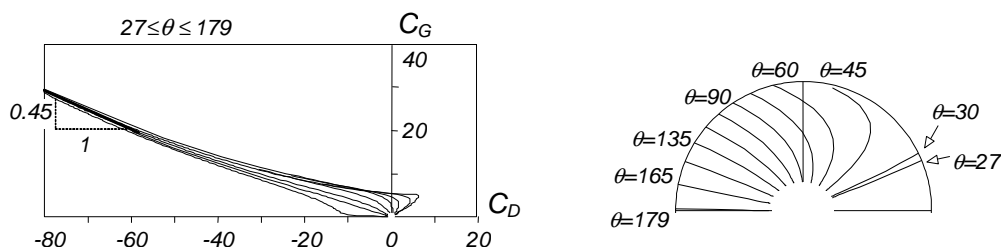


Figura 7: Evolução do quociente de interacção modal C_G/C_D ($27 \leq \theta \leq 179^\circ$)

As curvas C_G/C_D da Figura 7 fornecem informação importante sobre a pós-encurvadura das colunas $27 \leq \theta \leq 179^\circ$: à medida que esta progride, todas as curvas tendem para a recta $\Delta C_G \approx -0.45 \Delta C_D$ (C_D negativo: componentes distorcionais abrem na secção de meio vão – ver Figs. 5(a)-(b))¹⁰, a qual fornece a configuração do “modo de instabilidade acoplado” da coluna, combinando uma componente distorcional, com três semi-ondas (abertura na secção de meio vão), e uma global, com uma semi-onda (rotação no sentido horário). Estas componentes representam aproximadamente

⁹ Apesar de se referir a natureza dos movimentos dos conjuntos banzo/reforço na secção de meio vão, a característica dominante das imperfeições distorcionais é dada pela natureza desses movimentos nas *semi-ondas exteriores* – é ela que fornece a explicação para vários aspectos da pós-encurvadura com interacção D/G.

¹⁰ Ao interpretar a configuração do modo acoplado, deve tomar-se em consideração a normalização adoptada para os modos de instabilidade global e distorcional – estão associados a deslocamentos verticais do nó banzo-reforço superior a meio vão de 2.22 mm (global) e 0.24 mm (distorcional) (o primeiro é 9 vezes superior ao segundo).

um e dois terços da deformada total (em rigor, 31% e 69%), podendo o modo acoplado ser visualizado na Figura 6(c₁)¹¹.

(ii) Todas as trajectórias exibem pontos limite antes de se *fundirem* na “curva comum”. Em geral, o valor da carga última diminui à medida que a componente global aumenta – ver tabela da Figura 8, na qual se fornece a variação de P_u/P_{cr} com θ . O valor mínimo ($P_u/P_{cr}=0.803$) ocorre para $\theta=105^\circ$ (imperfeição com 96.5% e 25.9% de componentes global e distorcional) – note-se que P_u/P_{cr} é praticamente constante para $90 \leq \theta \leq 120^\circ$ (máximo e mínimo diferem em 0.5% – ver detalhe na Fig. 8), o que significa que a carga última de uma coluna com imperfeição global ($\theta=90^\circ$) é uma boa estimativa do mínimo P_u/P_{cr} – em termos práticos, pode dizer-se que esta imperfeição é a *mais desfavorável*, no sentido em que maximiza a erosão da resistência última devida à interacção D/G¹².

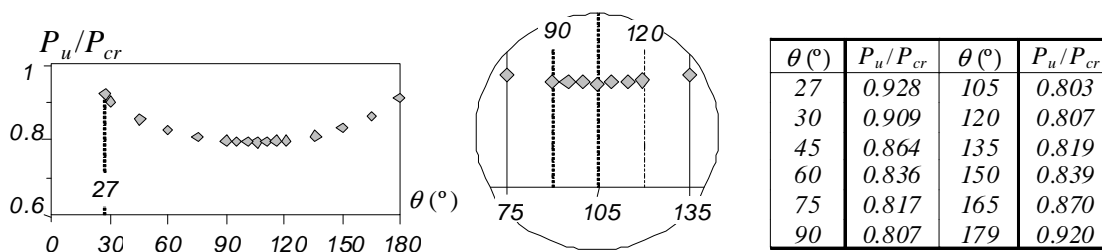


Figura 8: Variação de P_u/P_{cr} com a configuração da imperfeição inicial ($27 \leq \theta \leq 179^\circ$)

- (iii) A componente global da imperfeição tem um papel preponderante na pós-encurvadura das colunas (todas as trajectórias com ponto limite). Contudo, existem diferenças significativas entre as trajectórias $90 < \theta \leq 179^\circ$ e $1 \leq \theta < 90^\circ$ (ver Fig. 6(a)-(b)): (iii₁) enquanto as primeiras tendem para a curva comum de modo “regular” (componentes global e distorcional crescem de forma monótona), (iii₂) as segundas tendem para essa curva de forma “irregular” ($27 \leq \theta < 90^\circ$ – inversão da componente distorcional) ou nem sequer o fazem ($1 \leq \theta < 27^\circ$).
- (iv) Estas diferenças devem-se à influência, na flexão de maior inércia (característica global), do movimento dos conjuntos banzo-reforço nas semi-ondas distorcionais *exteriores*: (iv₁) enquanto o movimento de fecho reduz o (maior) momento de inércia da secção, facilitando a flexão, (iv₂) o movimento de abertura provoca o efeito oposto. Esta conclusão justifica:
- (iv.1) A “regularidade” das trajectórias das colunas $90 < \theta \leq 179^\circ$, devido à *convergência* dos efeitos das componentes global e distorcional das imperfeições.

¹¹ As Figs. 9(c) ($\theta=179^\circ$ – IV) e 11(b) ($\theta=27^\circ$ – IV) mostram a deformada da secção de meio vão para este modo.

¹² Apesar de esta afirmação dizer respeito ao intervalo $27 \leq \theta \leq 179^\circ$, ela é válida para qualquer θ (ver Figs. 6(a)-(b)).

- (iv.2) A inversão da componente distorcional para $27 < \theta \leq 90^\circ$, devido à *oposição* dos efeitos global e distorcional, com o primeiro a prevalecer sobre o segundo.
- (iv.3) A “peculiaridade” das trajetórias das colunas $1 < \theta \leq 26^\circ$, devido à *oposição* das componentes global e distorcional, com a segunda a prevalecer sobre a primeira.
- (iv.4) A “igualdade/simetria” das trajetórias e deformadas da secção de meio vão para os dois pares de colunas $\theta=179, 181^\circ$ e $\theta=1, 359^\circ$ (ver Figs. 9(a)-(c) – as três primeiras configurações de cada coluna estão amplificadas 20, 5 e 3 vezes, respectivamente).

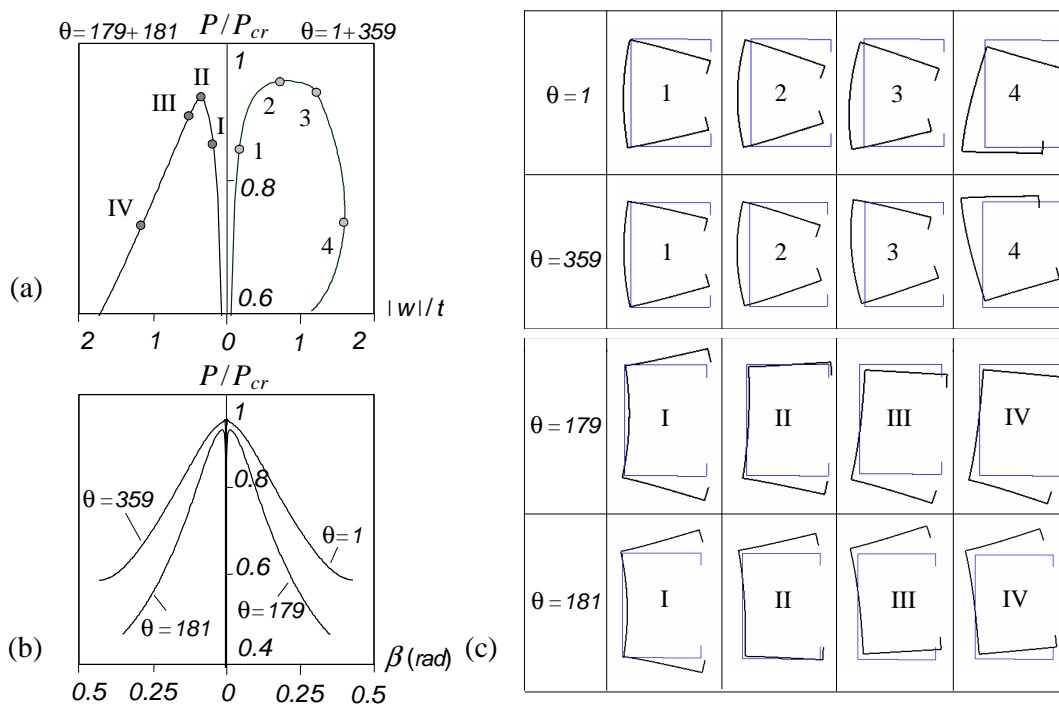


Figura 9: Curvas P/P_{cr} vs. (a) w/t e (b) β , e (c) deformada da secção média ($\theta=1, 359^\circ$ e $\theta=179, 181^\circ$)

Colunas com imperfeições $1 \leq \theta \leq 26^\circ$

Estas colunas contêm imperfeições predominantemente distorcionais que combinam, na secção de meio vão, (i) o fecho dos banzos-reforços e (ii) *pequenas* rotações da secção no sentido horário. A observação destas trajetórias conduz às seguintes conclusões:

- (i) As trajetórias também tendem para uma curva comum após pontos limite, associada à deformada da Figura 6(c₂) – a configuração da secção de meio vão relativa a este modo acoplado também pode ser observada nas Figuras 9(c) ($\theta=1^\circ$ – IV) e 11(b) ($\theta=26^\circ$ – IV). No entanto, as características desta deformada alteram-se à medida que a pós-encurvadura progride, como mostram as Figuras 6(a)-(b) (sobretudo a segunda) e a evolução do quociente de interação C_G/C_D (ver Fig. 10(a)): ao longo dos ramos descendentes das curvas P/P_{cr} vs. w/t (ver Fig. 6(a)) a componente distorcional diminui e a global aumenta (as curvas P/P_{cr} vs. β ficam

quase horizontais – ver Fig. 6(b))¹³. Nestas condições, a curva comum não fornece qualquer informação sobre o modo de instabilidade acoplado.

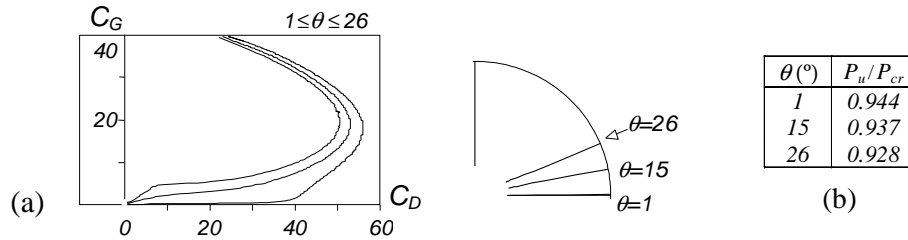


Figura 10: (a) Evolução do quociente de interação C_G/C_D e (b) variação de P_u/P_{cr} com θ ($1 \leq \theta \leq 26^{\circ}$)

- (ii) Sempre que a componente distorcional da imperfeição envolve a abertura significativa dos conjuntos banzo-reforço nas semi-ondas exteriores ($\theta < 27^{\circ}$), o crescimento (amplificação) da abertura “retarda” o aparecimento da componente global dominante (e instabilizante) na deformada das colunas. Esse facto origina cargas últimas mais elevadas (ver as tabelas das Fig. 8 e 10(b)), as quais ocorrem para valores de w bem superiores (ver localização dos pontos limite das trajectórias P/P_{cr} vs. w/t das colunas $\theta=1^{\circ}$ e $\theta=179^{\circ}$).
- (iii) A inversão da amplitude da componente distorcional termina abruptamente (ver Fig. 6(a)), não sendo possível obter configurações de equilíbrio subsequentes – o “salto” do perfil, ao procurar alterar bruscamente a configuração da sua componente distorcional, não pode ser capturado pelas análises geometricamente não lineares efectuadas no ABAQUS.
- (iv) Para perceber melhor as diferenças entre as colunas $27 \leq \theta \leq 179^{\circ}$ e $1 \leq \theta \leq 26^{\circ}$, a Figura 11 mostra a evolução (iv₁) das trajectórias P/P_{cr} vs. w/t e (iv₂) da deformada da secção de meio vão para $\theta=26^{\circ}$ e 27° . Apesar da diminuta diferença de imperfeição, a pós-encurvadura das colunas é muito distinta – e.g., a evolução da componente distorcional (abertura da secção).

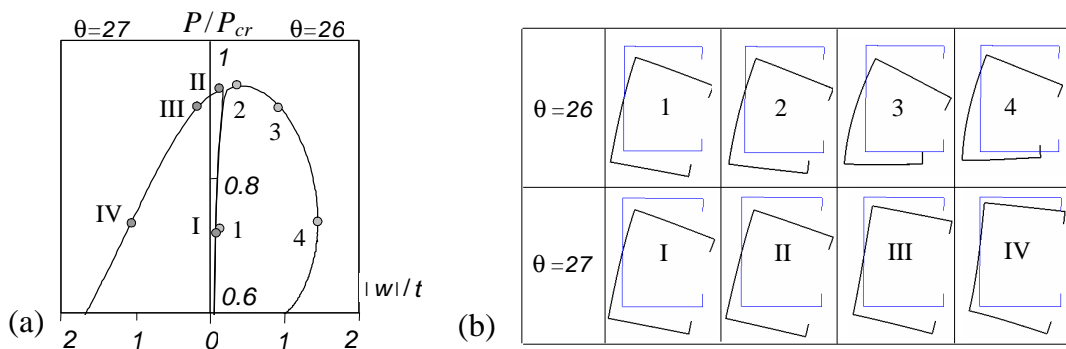


Figura 11: (a) Trajectórias P/P_{cr} vs. w/t e (b) evolução da deformada da secção de meio vão ($\theta=26^{\circ}$ e 27°)

¹³Como o movimento dos conjuntos banzo-reforço deixa de aumentar nas semi-ondas exteriores (w diminui), a flexão na menor inércia é “mais fácil”, fazendo aumentar a taxa de crescimento da componente global β .

Colunas com imperfeições $\theta=0, 180^\circ$

Finalmente, analisam-se as trajectórias das colunas com imperfeições distorcionais puras, cujo comportamento de pós-encurvadura é singular: exibem (i) pontos limite menos nítidos, (ii) cargas máximas ligeiramente superiores ($P_u/P_{cr}=0.945, 0.961$, para $\theta=0, 180^\circ$) e (iii) ausência de rotações de torção ($\beta=0$). Este comportamento é surpreendente, na medida em que (i) não existe interacção D/G (pelo menos de tipo semelhante ao das restantes colunas) e (ii) as trajectórias não se assemelham às curvas distorcionais “puras” da Figura 3(a).

Para compreender a natureza desta singular pós-encurvadura, apresentam-se nas Figuras 12(a)-(b) (i) as trajectórias P/P_{cr} vs. w/t , (ii) a evolução da deformada da secção de meio vão (amplificadas duas vezes) e (iii) as deformadas das colunas $\theta=0, 180^\circ$ (ramo descendente das curvas). É possível constatar que:

- (i) As trajectórias são ligeiramente diferentes – a coluna $\theta=0^\circ$ exhibe uma carga última inferior.
- (ii) As secções de meio vão começam por exhibir uma deformada “puramente distorcional” (1 e D), mas ocorre uma progressiva (e considerável) flexão na menor inércia (alma traccionada) – ver deformadas 3-III das Figura 12(a)-(b).
- (iii) As colunas $\theta=0^\circ$ e $\theta=180^\circ$ são afectadas por um fenómeno de interacção D/G com características distintas do estudado anteriormente (envolve flexão em torno da menor inércia, sem rotação de torção) e não causado pela proximidade das cargas de bifurcação dos modos distorcional e global (flexão-torção). Esta nova interacção deve-se ao facto de o *centro de gravidade efectivo* da secção se deslocar horizontalmente (para a alma), o que gera flexão na menor inércia (a compressão axial passa a excêntrica) – o deslocamento do centro de gravidade efectivo resulta do gradual “enfraquecimento” (redução da rigidez axial) da secção devido a elevadas tensões de compressão nas zonas vizinhas dos nós banzo-reforço (e.g., Young & Rasmussen 1999)¹⁴.
- (iv) A coluna $\theta=0^\circ$ tem uma carga máxima menor porque a deformada exhibe duas semi-ondas com abertura da secção – a abertura origina tensões de compressão superiores às do fecho (e.g., Prola & Camotim 2002 ou Silvestre & Camotim 2006)¹⁵.
- (v) Esta interacção D/G não ocorre na pós-encurvadura distorcional (uma semi-onda) da coluna L_D (ver Fig. 3(a)), pois essa coluna ter um comprimento menor (L_D é cerca de um terço

¹⁴ Este tipo de interacção D/G é semelhante ao bem conhecido fenómeno de interacção entre modos locais e globais, o qual é habitualmente tomado em consideração através do conceito da “largura efectiva”.

de $L_{D/G}$) – nesse caso, a carga de bifurcação por flexão na menor inércia é muito superior, tornando impossível a ocorrência da interação.

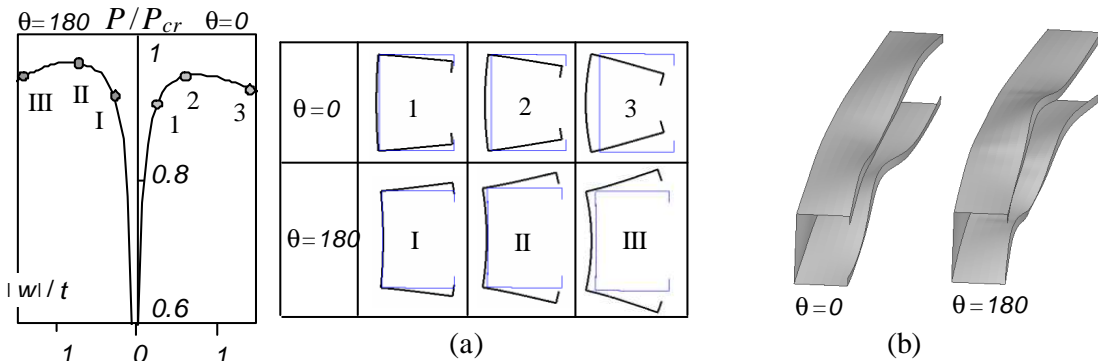


Figura 12: (a) Curvas P/P_{cr} vs. w/t e deformada da secção média, e (c) deformadas para $\theta=0^\circ$ e 180°

4.3 Interação em regime elasto-plástico

Nesta secção apresentam-se resultados relativos à pós-encurvadura elasto-plástica e à resistência última de colunas afectadas por interacção D/G com (i) 13 imperfeições iniciais ($0 \leq \theta \leq 180^\circ - 15^\circ$ de intervalo) e (ii) três tensões de cedência $f_y = 235, 355$ e 520 MPa – tem-se $f_y/\sigma_{cr} \approx 1.1, 1.7, 2.5$ ($\sigma_{cr} = 209.5 \text{ MPa}$). Para efeitos de comparação, mostram-se de novo alguns resultados elásticos, os quais podem ser encarados como correspondendo a $f_y = f_y/\sigma_{cr} = \infty$.

A Figura 13(a) mostra 4 trajectórias P/P_{cr} vs. w/t , relativas à pós-encurvadura de colunas com imperfeições globais puras ($\theta = 90^\circ$) e vários f_y/σ_{cr} – a escolha desta imperfeição deve-se (i) a limitações de espaço e (ii) ao facto de, em regime elástico, esta coluna possuir uma das menores cargas últimas¹⁶. Na Figura 13(b) apresentam-se 4 distribuições de deformação plástica, relativos aos pontos da trajectória $f_y/\sigma_{cr} \approx 1.1$ indicados na Figura 13(a) – esta figura inclui a configuração do modo de colapso. Por fim, na Tabela 2 estão os valores da relação entre as cargas última e crítica (P_u/P_{cr}) relativos a todas as combinações de θ e f_y consideradas. A observação destes resultados permite extrair as seguintes conclusões:

- (i) Em todas as colunas existe uma reserva de resistência elasto-plástica diminuta: o colapso ocorre (i₁) em regime elástico ou (i₂) quase imediatamente após o início da plastificação.

¹⁵ A diferença de carga máxima deve-se ao número ímpar de semi-ondas distorcionais e à assimetria relativa à abertura ou fecho dos conjuntos banzo-reforço – esta diminui com o aumento do número (ímpar) de semi-ondas.

¹⁶ A coluna $\theta = 105^\circ$ é a que apresenta a menor carga última, a qual difere em 0.5% do valor relativo à coluna $\theta = 90^\circ$.

- (ii) Nas colunas $\theta=26-179^\circ$, as deformações plásticas iniciam-se nas extremidades dos reforços a meio vão (diagrama *I* na Fig. 13(a)). O colapso ocorre logo após, devido à plastificação da ligação alma-banzo na zona central do perfil – forma-se uma “rótula plástica distorcional” (diagrama *II* na Fig. 13(b)), com a plasticidade a alastrar à metade da alma e reforço inferiores no troço descendente da curva (diagramas *III* e *IV* na Fig. 13(b)).
- (iii) Nas colunas $\theta=1-27^\circ$, as deformações plásticas (não mostradas) evoluem de uma forma qualitativamente semelhante à descrita no ponto anterior. Contudo, existe uma diferença importante: a plasticidade inicia-se e progride nas zonas da coluna que correspondem às semi-ondas distorcionais exteriores, *i.e.*, onde as deformações distorcionais são maiores.
- (iv) A Tabela 2 mostra que a variação de P_u/P_{cr} com θ é qualitativamente semelhante para todas as f_y/σ_{cr} : (iv₁) a coluna $\theta=105^\circ$ exibe sempre o menor valor, e (iv₂) há pouca variação no intervalo $90 \leq \theta \leq 120^\circ$ (máximos e mínimos P_u/P_{cr} distam menos de 1.5%). Em termos práticos, pode tomar-se a imperfeição global pura ($\theta=90^\circ$) como a *mais desfavorável*¹⁷.
- (v) A erosão da resistência última devida à interacção D/G é considerável: para $\theta=90^\circ$ obtêm-se resistências últimas inferiores à carga crítica em 29% ($f_y=235 \text{ MPa}$), 21% ($f_y=355 \text{ MPa}$) e 20% ($f_y > 355 \text{ MPa}$) – tensões de cedência superiores a 355 MPa são inúteis, pois o colapso da coluna, devido à interacção D/G, ocorre em regime elástico.
- (vi) Os aspectos mencionados nos pontos anteriores terão implicações no dimensionamento de colunas de aço enformadas a frio afectadas por interacção D/G, sobretudo porque as pós-encurvaduras distorcional e global (sem interacção) são considerados estáveis (ainda que a segunda apenas marginalmente) – até agora não existia qualquer estudo que identificasse o efeito adverso da interacção D/G (mesmo em regime elástico).

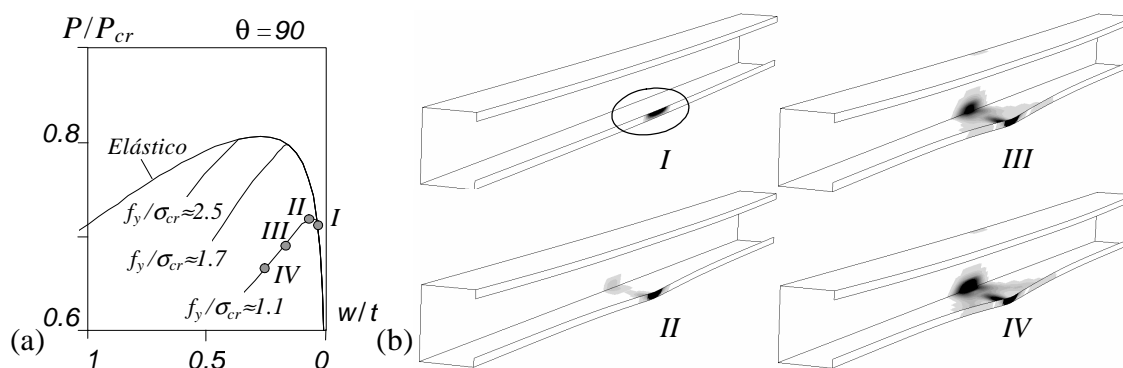


Figura 13: (a) Trajectórias elásticas e elasto-plásticas e (b) evolução da deformação plástica e configuração deformada no colapso para as colunas $\theta=90^\circ$ ($f_y/\sigma_{cr} \approx 1.1$)

¹⁷Na interacção local/distorcional, as imperfeições mais desfavoráveis são as distorcionais (Dinis *et al.* 2005, 2007).

Tabela 2: Variação da relação P_u/P_{cr} em função de θ e f_y/σ_{cr} .

f_y/σ_{cr}					f_y/σ_{cr}				
θ	f_y/σ_{cr}				θ	f_y/σ_{cr}			
(°)	1.1	1.7	2.5	∞	(°)	1.1	1.7	2.5	∞
0	0.850	0.931	0.945	0.945	90	0.721	0.797	0.807	0.807
15	0.826	0.921	0.937	0.937	105	0.711	0.792	0.803	0.803
30	0.807	0.912	0.909	0.909	120	0.716	0.797	0.807	0.807
45	0.797	0.863	0.864	0.864	135	0.726	0.807	0.819	0.819
60	0.764	0.831	0.836	0.836	150	0.754	0.831	0.839	0.839
75	0.740	0.811	0.817	0.817	165	0.792	0.864	0.870	0.870
90	0.721	0.797	0.807	0.807	180	0.854	0.940	0.960	0.961

5 CONCLUSÃO

Apresentou-se uma investigação numérica (elementos finitos de casca) sobre a pós-encurvadura (elástica e elasto-plástica) e a resistência última de colunas de aço enformadas a frio simplesmente apoiadas, com secção em C e afectadas por interacção distorcional/global. As análises, efectuadas no programa ABAQUS, envolveram colunas com imperfeições iniciais exibindo várias configurações, obtidas por combinações lineares dos modos de instabilidade críticos distorcional (três semi-ondas) e global (uma semi-onda).

Analisaram-se a estabilidade e a pós-encurvadura elástica distorcional e global (sem interacção) das colunas, o que permitiu (i) escolher o comprimento que maximiza a interacção D/G e (ii) identificar características surpreendentes da pós-encurvadura global. Em seguida, apresentaram-se e discutiram-se resultados relativos à pós-encurvadura elástica de colunas com interacção D/G: (i) trajectórias de equilíbrio e (ii) figuras que mostram a evolução da deformada das colunas ao longo da pós-encurvadura. Por fim, apresentaram-se resultados elasto-plásticos de colunas com geometria e imperfeições idênticas e três tensões de cedência. Investigou-se o início e o espalhamento da plasticidade e estudou-se a variação da resistência última com a forma das imperfeição iniciais e a tensão de cedência. De entre as conclusões extraídas deste estudo, as seguintes merecem um destaque especial:

- (i) A GBT mostrou que o troço inicial do ramo descendente da curva de estabilidade das colunas de secção em C (comprimentos intermédios a longos) corresponde a instabilidade *distorcional-flexo-torsional*, com a componente distorcional (anti-simétrica) a ter um papel relevante na respectiva pós-encurvadura. Assim, as colunas analisadas exibem interacção entre modos de instabilidade (i₁) distorcional simétrico (três semi-ondas) e (i₂) distorcional (anti-simétrico)-flexo-torsional (uma semi-onda).

- (ii) A participação do modo distorcional anti-simétrico explica o comportamento instável de pós-encurvadura “global” exibido pelas colunas intermédias/longas.
- (iii) A pós-encurvadura de colunas afectadas por interacção distorcional/”global” varia bastante com as imperfeições iniciais. As trajectórias de equilíbrio dividem-se em três grupos: imperfeições (iii₁) distorcionais puras, (iii₂) predominantemente distorcionais com semi-ondas exteriores a “abrir” ou (iii₃) outras – esta categoria engloba a maioria das trajectórias e conduz a um “modo de instabilidade acoplado” definido por $\Delta C_G \approx -0.45 \Delta C_D$.
- (iv) Um aspecto relevante prende-se com a influência do sentido do movimento dos conjuntos banzo-reforço na flexão na maior inércia da secção: enquanto o “fecho” reduz o maior momento de inércia da secção, facilitando a flexão, a “abertura” têm o efeito oposto¹⁸.
- (v) As colunas com imperfeições distorcionais puras exibem um fenómeno de interacção distorcional/global distinto, o qual (v₁) só envolve flexão na menor inércia e (v₂) não resulta da proximidade de duas cargas de bifurcação – è gerado pelo deslocamento do *centro de gravidade efectivo* da secção, devido ao “enfraquecimento” (redução da rigidez axial) provocado por elevadas compressões nos nós banzo-reforço.
- (vi) Independentemente da forma da imperfeição inicial, todas as trajectórias elásticas exibem pontos limite para cargas inferiores à carga crítica. Para além disso, (vi₁) a *erosão da resistência* última (elasto-plástica) devida à interacção D/G é considerável e (vi₂) quase não existe reserva de resistência ou ductilidade. Para $f_y/\sigma_{cr} > 1.7$ (neste caso, $f_y = 355 \text{ MPa}$), o colapso da coluna ocorre ainda em regime elástico.
- (vii) É aceitável dizer que a imperfeição global pura é a *mais desfavorável*, no sentido em que conduz ao menor valor de carga última da coluna, em regime elástico ou elasto-plástico.

Alguns dos aspectos referidos terão certamente implicações no dimensionamento de colunas de aço enformadas a frio afectadas por interacção distorcional/global. Até aqui, as pós-encurvaduras distorcional e global (sem interacção) eram consideradas estáveis, não havendo estudos que indicassem efeitos adversos da interacção D/G. Os autores estão presentemente a investigar a importância deste fenómeno na pós-encurvadura e resistência última de colunas de aço enformadas a frio com secção em C com outras geometrias e condições de apoio – os resultados obtidos irão contribuir para desenvolver e calibrar novas aplicações do Método da Resistência Directa destinadas a obter um dimensionamento eficaz (seguro e económico) de colunas afectadas por interacção distorcional/global.

REFERÊNCIAS

Bebiano R, Silvestre N e Camotim D (2008a). GBTUL – a code for the buckling analysis of cold-formed steel members, *Proceedings of 19th International Specialty Conference on Recent Research and Developments in Cold-Formed Steel Design and Construction* (St. Louis, 14-15/10), R. LaBoube, W.-W. Yu (eds.), 61-79.

Bebiano R, Silvestre N e Camotim D (2008b). *GBTUL 1.0 β – Code for Buckling and Vibration Analysis of Thin-Walled Members*, <http://www.civil.ist.utl.pt/gbt>.

Camotim D e Silvestre N (2004). GBT distortional post-buckling analysis of cold-formed steel lipped channel columns and beams, *Program and Book of Abstracts of 17th ASCE Engineering Mechanics Conference* (EM 2004 – Newark, 13-16/6), 38-39. (artigo em CD-ROM Proceedings)

Camotim D, Silvestre N, Gonçalves R e Dinis PB (2004). GBT analysis of thin-walled members: new formulations and applications, *Thin-Walled Structures: Recent Advances and Future Trends in Thin-Walled Structures Technology* (International Workshop – Loughborough, 25/6), J. Loughlan (ed.), 137-168.

Camotim D, Silvestre N e Dinis PB (2005). Numerical analysis of cold-formed steel members, *International Journal of Steel Structures*, **5**(1), 63-78.

Camotim D, Dinis PB e Silvestre N (2008). Local/distortional mode interaction in lipped channel steel columns: post-buckling behaviour, strength and DSM design, *Proceedings of Fifth International Conference on Thin-Walled Structures* (ICTWS 2008 – Brisbane, 18-20/6), 99-114.

Dinis PB e Camotim D (2006). On the use of shell finite element analysis to assess the local buckling and post-buckling behaviour of cold-formed steel thin-walled members, C.A.M. Soares *et al.* (eds.), *Book of Abstracts of III European Conference on Computational Mechanics: Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering* (III ECCM – Lisboa, 5-9/6), 689. (artigo em CD-ROM Proceedings)

Dinis PB e Camotim D (2009). On the shell finite element analysis of the local-plate and distortional buckling and post-buckling behaviour of cold-formed steel thin-walled members, *submitted for publication*.

Dinis PB, Silvestre N e Camotim D (2005). Analysis of the local-plate/distortional mode interaction in cold-formed steel lipped channel columns, *Proceedings of Tenth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing* (CC 2005 – Rome, 30/8-2/9), B. Topping (ed.), 371-372. (artigo em CD-ROM Proceedings)

Dinis PB, Camotim D e Silvestre N (2007). FEM-based analysis of the local-plate/distortional mode interaction in cold-formed steel lipped channel columns, *Computers & Structures*, **85**(19-20), 1461-1474.

¹⁸ Este aspecto é relevante por o modo de instabilidade distorcional (simétrico) exibir três semi-ondas – se o número de semi-ondas do modo de instabilidade for par (ou ímpar com mais semi-ondas), este aspecto é menos relevante.

Hancock GJ, Yap D e Yang D (2007). Interaction buckling in high strength cold-formed steel compression members, *Proceedings of 6th International Conference on Steel & Aluminium Structures (ICSAS'07 – Oxford, 24-27/7)*, R. Beale (ed.), 14-25.

Kwon YB e Hancock GJ (1993). Postbuckling analysis of thin-walled channel sections undergoing local and distortional buckling, *Computers & Structures*, **49**(3), 507-516.

Prola LC e Camotim D (2002). On the distortional post-buckling behavior of cold-formed lipped channel steel columns, *Proceedings of SSRC Stability Conference*, (Seattle, 24-26/4), 571-590.

Schafer BW (2003). *CUFSM* (version 2.6) www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm.

Schafer BW (2005). *Direct Strength Method Design Guide*, AISI (American Iron & Steel Institute), Washington DC.

Schafer BW (2008). Review: the direct strength method of cold-formed steel member design, *Journal of Constructional Steel Research*, **64**(7-8), 766-778.

Schafer BW e Peköz T (1999). Laterally braced cold-formed steel members with edge stiffened flanges, *Journal Structural Engineering (ASCE)*, **125**(2), 118-127.

Silvestre N e Camotim D (2006). Local-plate and distortional post-buckling behavior of cold-formed steel lipped channel columns with intermediate stiffeners, *Journal of Structural Engineering (ASCE)*, **132**(4), 529-540.

Silvestre N, Camotim D e Dinis PB (2009a). Direct strength prediction of lipped channel columns experiencing local-plate/distortional interaction, *Advanced Steel Construction*, **5**(1), 45-67.

Silvestre N, Camotim D e Dinis PB (2009b). Direct strength approach to the design of lipped channel steel columns against local/distortional interactive buckling, *submitted for publication*.

Simulia Inc. (2008). *ABAQUS Standard* (version 6.7-5).

Ungureanu V e Dubina D (2004). Recent research advances on ECBL approach – Part I: plastic-elastic interactive buckling of cold-formed steel sections, *Thin-Walled Structures*, **42**(2), 177-194.

Yang D e Hancock GJ (2004). Compression tests of high strength steel columns with interaction between local and distortional buckling, *Journal of Structural Engineering (ASCE)*, **130**(12), 1954-1963.

Young B e Rasmussen KJ (1999). Shift of effective centroid in channel columns, *Journal of Structural Engineering (ASCE)*, **125**(5), 524-531.

DISTORTIONAL/GLOBAL INTERACTION IN COLD-FORMED STEEL LIPPED CHANNEL COLUMNS

Abstract

This paper reports the results of a numerical investigation on the elastic and elastic-plastic post-buckling behaviour of cold-formed steel simply supported (pinned and free to warp end sections) lipped channel columns affected by distortional/global (flexural-torsional) interaction. The results presented and discussed were obtained by means of ABAQUS shell finite element analyses and the column geometries (cross-section dimensions and length) ensure coincident distortional and global critical buckling stresses, thus maximising the interaction effects. The columns analysed contain critical-mode initial geometrical imperfections with different configurations, all corresponding to linear combination of the two “competing” critical buckling modes, and the same overall amplitude. After addressing the column “pure” distortional and global post-buckling behaviours, one presents and discusses numerical results concerning the post-buckling behaviour of identical columns, experiencing strong distortional/global interaction and differing only in the initial imperfection shape. These results consist of (i) elastic (mostly) and elastic-plastic non-linear equilibrium paths, (ii) curves or figures providing the post-buckling evolution of the column deformed configurations and, for the elastic-plastic columns, (iii) ultimate strengths and figures showing (iii₁) the location and growth of the plastic strains and (iii₂) the characteristics of the failure modes detected.

Key words: Cold-formed steel lipped channel columns, Distortional buckling, Global buckling, Distortional/global interaction, Elastic and elastic-plastic post-buckling, Ultimate strength, Shell finite element analysis.

1 INTRODUCTION

After briefly addressing the local, distortional and global buckling and post-buckling behaviours of cold-formed steel members, an overview of the recent investigations concerning mode interaction phenomena in such members is presented – special attention is paid to those involving distortional buckling. Then, the aim and content of the paper are described.

2 BUCKLING BEHAVIOUR – LENGTH SELECTION

Presentation and discussion of elastic buckling results concerning the simply supported lipped columns with the cross-section dimensions and material properties given in Table 1. The column length maximising the D/G interaction effects is identified and the buckling mode shapes required to define the initial geometrical imperfections are obtained (see Fig. 2).

3 DISTORTIONAL AND GLOBAL POST-BUCKLING BEHAVIOURS

Presentation and discussion of results concerning the column (elastic) distortional and global post-buckling behaviours – six members with three lengths are analysed (see Fig. 3) and GBT-based analyses unveiled the reason why the column global post-buckling behaviour is (unexpectedly)

unstable: the buckling curve descending branch corresponds to *distortional-flexural-torsional* buckling with relevant anti-symmetric distortional components (see Fig. 4).

4 POST-BUCKLING BEHAVIOUR UNDER D/G MODE INTERACTION

Elastic and elastic-plastic post-buckling results are presented and discussed concerning columns experiencing strong distortional/global interaction effects between 3 half-wave distortional and single half-wave “global” (“distortional-flexural-torsional”) buckling modes.

4.1 Initial Geometrical Imperfections

The methodology adopted in this study to define the column initial imperfection shapes is presented – note that critical-mode imperfections ceases to be well defined, due to the presence of two competing buckling modes that may be combined arbitrarily. All the columns analysed are identical and contain initial imperfections sharing the same amplitude and with different shapes, corresponding to several linear combinations of the two (normalised) “competing” critical buckling modes (see Fig. 5): each “acceptable” imperfection shape lies on an unit radius circle and corresponds to an angle θ .

4.2 Elastic interaction

Non-linear equilibrium paths and curves/figures providing the post-buckling evolution of several column deformed configurations are presented, expressed as linear combination of their distortional and global components (see Figs. 6-12).

Regardless of the initial imperfection shape, all elastic equilibrium paths exhibit limit points taking place below the critical load level. Moreover, these equilibrium paths exhibit features that vary considerably with the initial imperfection shape – they can be grouped into three categories (see Fig. 6), depending on whether the initial imperfection shape is (i) pure distortional (different type of D/G interaction phenomenon), (ii) mostly distortional with outward outer half-waves or (iii) none of the above – this last group comprises the vast majority of the post-buckling paths.

4.3 Elastic-plastic interaction

Three different yield stress values are considered, corresponding to yield-to-critical stress ratios varying between 1.1 and 2.5. The results consist of non-linear equilibrium paths and curves/figures providing (i) the plastic strain location and growth, and (ii) the nature and characteristics of the failure modes detected during this research work (see Fig. 13).

It is found that (i) the columns exhibit virtually no elastic-plastic strength reserve and/or ductility (the onset of yielding often triggers the column failure), (ii) pure global initial imperfections may be taken as the most detrimental ones (they lead to lower ultimate loads) and, for large yield stresses (e.g., $f_y=355 \text{ MPa} - f_y / \sigma_{cr} \approx 1.7$), (iii) the column collapse is fully governed by elastic distortional/global interaction.

5 CONCLUSION

After going quickly over the content of the paper, this closing section lists the most relevant findings of this investigation, some of them with far-reaching implications in the design of cold-formed steel columns experiencing distortional/global interaction. For instance, (i) the uncoupled “global” post-buckling behaviour can no longer be viewed as stable and (ii) the adverse distortional/global interaction must always be taken into account.